УДК 338

Захаров В.Н.
Московский государственный областной университет
Судариков Г.В.
Московская академия рынка труда и информационных технологий

ПРИНЯТИЕ УПРАВЛЯЮЩИХ РЕШЕНИЙ НА ОСНОВЕ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ*

Аннотация. В статье рассматриваются программные средства, используемые менеджером при выработке управляющих решений. Все программные средства разделены на три группы: статистическая обработка данных, математическое моделирование и математическое программирование. Был освоен пакет стандартных программ STATISTICA. Кроме того, были написаны новые оригинальные программы по все трём группам.

Ключевые слова: коэффициенты регрессии, математическая модель, математическое программирование, нелинейные функции, оптимизация.

V. Zaharov, G. Sudaricov

ACCEPTANCE OF OPERATING DECISIONS ON THE BASIC OF THE MATHEMATICAL MODELS

Abstract. In article the soft ware used by the manager at development of operating decisions are considered. All software are devided into three groups: statistical data processing, mathematical modeling and mathematical programming. The package of standard programs STATISTICA has been mastered. Besides, new original programs on all three groups have been written.

Key words: regress factors, mathematical model, mathematical programming, nonlinear functions, optimization.

Значимым результатом изучения в университете дисциплины «информатика» студентами экономических специальностей является приобретение теоретических знаний и практических навыков решения профессиональных задач в области менеджмента с помощью компьютера, а также расширение кругозора в этом направлении.

Классическим считается подход к принятию менеджером управляющих решений на основе «науки управления» с использованием математических моделей [7, 220]. Можно привести и другие примеры использования моделей при управлении. Книга Таха Хемди А. «Введение в исследование операций» [9] посвящена исследованию операций, ориентированному на решение практических задач управления, которые можно описать с помощью математических моделей. Кремер Р.Ш. в книге «Исследование операций в экономике» [6] рассматривает математические модели и классические методы оптимизации по моделям для решения задач управления запасами и сетевого планирования.

Применение математических моделей во всех вышеперечисленных и многих других случаях приводит к необходимости проведения ряда работ по подборке и освоению методов решения на компьютере задач статистической обработки данных, математического моделирования и оптимизации по математическим моделям. Рассмотрим это подробнее.

1. Статистическая обработка данных.

При подготовке управляющего решения на первом этапе часто приходится осуществлять обработку данных с целью получения требующихся статистических характеристик изучаемого процесса [5, 609]: выборочных оценок среднего значения случайной величины **x** и функции **y(x)**, оценок дисперсий, моментов, размаха выборки, оценок законов распределения случайной величины и других. Причём ряд более сложных расчётов, связанных, например, с определением вероятностей некоторых событий, невозможно выполнить по готовым формулам и требуется программировать по специальным алгоритмам, как в случае вычисления «неберущегося» интеграла вероятности с помощью ряда Тейлора [4, 159]:

$$\Phi\left[x\sqrt{2}\right]=\frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_0^x e^{-t^2}dt=\frac{2}{\sqrt{\pi}}(x^2-\frac{x^3}{3!}+\frac{x^5}{2*5}-\frac{x^7}{6*7}+...+(-1)^n\frac{x^{2n+1}}{n!(2n+1)}+...)$$

При достаточно хорошо изученных процессах, например, когда исследуются варианты ранее разработанных математических моделей, статистические характеристики часто являются информативными и достаточными для принятия решений.

Для проведения соответствующих расчётов использовался пакет STATISTICA [2] и электронные таблицы MS Excel [3]. Для расчёта ряда статистик, не вошедших в набор стандартных программ пакета [2], была специально разработана программа EXAMPLE1 на языке Visual Basic [1].

2. Математическое моделирование.

Принятие менеджером управляющего решения основывается на анализе ситуации. При этом рассматривается ряд факторов (называемых управляющими факторами модели) и определяется их влияние на результирующие значения важнейших величин, называемых выходными функциями управления. Оптимизация выходных функций становится возможной, если установлена функциональная зависимость в виде математических моделей, связывающих входные управляющие факторы и выходные функции.

Для получения математических моделей обычно используется язык интегро-дифференциальных, трансцендентных или алгебраических уравнений. Причём при построении математических моделей сложных процессов управления, когда связь зависимых и независимых переменных отражается не причинно-следственными отношениями, а лишь математической зависимостью, применяется регрессионный анализ и методы планирования эксперимента. Одной из ранних и известных работ в нашей стране по этой теме является книга Налимова В.В. и Черновой Н.А. [8], в которой описывается методика вычисления коэффициентов математических моделей (гл. 1) и различные планы экстремальных экспериментов (гл. 2). Причём из-за большого разнообразия планов и видов уравнений для расчётов коэффициентов математических моделей чаще приходится прибегать к программированию, ввиду нестандартных постановок задачи и отсутствия «готовых» программ.

Возникающая в связи с этим задача представления моделируемых процессов в виде полиномов, трансцендентных функций и других зависимостей приводит к необходимости вычисления коэффициентов регрессии $\mathbf{b_0, b_1, b_2, \ldots, b_m}$.

Постановка задачи формулируется следующим образом. Пусть имеется **P** результатов наблюдений $\mathbf{y_u;\ u=1,2,\ \ldots\ ,P}$ над величиной **y** , зависящей от **n** независимых переменных $\mathbf{x_1, x_2, \ldots ,x_n}$. Положим, что результаты наблюдений нужно представить функционалом:

$\hat{y} = F(x_1, x_2,\ldots,x_n;b_0,b_1,\ldots b_m) = f_0(x_1, x_2,\ldots,x_n;b_0,b_1,\ldots b_m) +$
$f_1(x_1, x_2,\ldots,x_n;b_0,b_1,\ldots b_m) +\ldots+ f_k(x_1, x_2,\ldots,x_n;b_0,b_1,\ldots b_m)$,
(1)

где $f_0, f_1, \ldots , f_k$ - некоторые функции заданного вида от независимых переменных и коэффициентов регрессии. Независимые переменные изменяются в заданных пределах:
$x_{imin} \le x_i \le x_{imax}$; **i=1,2,…,n** **(2)**

Задача заключается в определении **m+1** коэффициента по результатам **P** наблюдений над величиной y_u; **u=1,2, … , P** , где **m+1≤P.**

Используя метод наименьших квадратов, найдём коэффициенты регрессии, минимизируя сумму квадратов отклонений $\hat{y}_u$, значений, предсказанных уравнением регрессии, от экспериментальных значений y_u , **u=1,2,…,P** в тех же точках:

$$Q(x_1, x_2,\ldots,x_n; b_0, b_1,\ldots,b_m)=\sum_{u=1}^{P} (y_u- \hat{y}_u)^2 \qquad (3)$$

В зависимости от вида функций f_i , **i=0,1,2,…,k** , ограничений (2), количества коэффициентов регрессии **m+1** и числа переменных **n** , нахождение минимума функции $Q(x_1, x_2,\ldots,x_n; b_0, b_1,\ldots,b_m)$ может стать сложной задачей, для которой в общем случае нельзя дать универсального метода решения. Для решения потребуется разработка оригинальных алгоритмов и программ. В ряде важных случаев уравнение регрессии удаётся представить в виде :

$$\hat{y}=F(x_1, x_2,\ldots,x_n;b_0,b_1,\ldots b_m)=b_0\varphi_0(x_1, x_2,\ldots,x_n) +$$
$$b_1 \varphi_1(x_1, x_2,\ldots,x_n) +\ldots+ b_m \varphi_m(x_1, x_2,\ldots,x_n) \qquad (4)$$

Приведённое уравнение является линейным относительно коэффициентов регрессии b_i, **i=0,1, 2,…,m**.

К этому классу относятся, в частности, все уравнения регрессии, представленные в виде различных полиномов вида:

$$\hat{y} = b_0+ \sum_{I=1}^{n} b_i x_i+\sum_{I=1}^{n} \sum_{I=1}^{n} b_{ij}x_i x_j+\sum_{I=1}^{n} \sum_{I=1}^{n} \sum_{I=1}^{n} b_{ijk}x_i x_j x_k+\ldots \qquad (5)$$

Приравнивая к нулю частные производные по переменным b_i, $I = 0,1, 2,\ldots,m$ от квадратичной формы (3) с учётом уравнения регрессии (4), получим систему нормальных уравнений для определения коэффициентов регрессии:

$$\begin{aligned} &b_0(00)+b_1(01)+\ldots+b_m(0m)=(0y)\\ &b_0(00)+b_1(01)+\ldots+b_m(0m)=(0y) \qquad (6)\\ &\ldots \qquad \ldots \qquad \ldots\\ &b_0(00)+b_1(01)+\ldots+b_m(0m)=(0y) \end{aligned}$$

где: $(ij)=(ji)= \sum_{u=1}^{P} \varphi_{iu}\varphi_{ju}$;

$$(ii)= \sum_{u=1}^{P} \varphi_{iu}^{2}; \qquad (7)$$

$(iy)= \sum_{u=1}^{P} \varphi_{iu}y_u$;

В этом случае вычисление коэффициентов регрессии сводится к решению на компьютере системы нормальных уравнений (6) с учётом (7). И это может быть сделано в стандартных случаях, например, с помощью программ, входящих в пакет STATISTICA [2], либо, при отсутствии нужных программ в этом пакете, – с помощью специально разработанных программ. В связи с тем были разработаны две программы вычисления коэффициентов регрессии: ORT1 – для ортогональных планов типа 2^n+2n+k, а также PASS1 – для планов пассивного эксперимента.

3. Оптимизация по математическим моделям.

По полученным математическим моделям решались практические задачи вида:

- найти **max/min** $\mathbf{F1(x_1, x_2,\ldots,x_n;b_0,b_1,\ldots b_m)}$

при выполнении одного или нескольких условий:

$$\mathbf{F2(x_1, x_2,\ldots,x_n;b_0,b_1,\ldots b_m)=const1,}$$
$$\mathbf{F3(x_1, x_2,\ldots,x_n;b_0,b_1,\ldots b_m)\leq const2,}$$
$$\mathbf{F4(x_1, x_2,\ldots,x_n;b_0,b_1,\ldots b_m)\geq const3,}$$

где **F1, F2, F3, F4** – линейные или нелинейные функции n переменных. Для выполнения расчётов были специально разработаны две программы оптимизации: OPTIM1 – для функций одной переменной, а также OPTIMN – для функций n переменных.

Итак, при выработке менеджером управляющих решений проводятся расчёты на компьютере. Программное обеспечение условно разделено на три группы программ: статистическая обработка данных, математическое моделирование и математическое программирование. Кроме применения имеющихся стандартных средств, необходимо разрабатывать новые оригинальные программы; к их числу относятся пять программ, указанных в данной статье.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Ананьев А.И., Федоров А.Ф. Самоучитель Visual Basic 6.0. – СПб.: БХВ–Петербург, 2005. – 624 с.
2. Боровиков В.П. Популярное введение в программу STATISTICA. – М.: Компьютер Пресс, 1998.
3. Додж М., Стинсон К. Эффективная работа: Excel 2002. – СПб.: Питер, 2002. – 992 с.
4. Зельдович Я.Б., Яглом И.М. Высшая математика. – М.: Наука, 1982. – 512 с.
5. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике. – М.: Наука, 1974. – 832 с.
6. Кремер Р.Ш. Исследование операций в экономике. – М.: Юнити, 2007.– 408 с.
7. Мескон М.Х., Альберт М., Хедоури Ф. Основы менеджмента: Пер. с англ. – М.: Дело, 1992 – 702 с.
8. Налимов В. В., Чернова Н.А. Статистические методы планирования экстремальных экспериментов. – М.: Наука, 1965. – 340 с.
9. Таха Хемди А. Введение в исследование операций. – М.: Диалектика-Вильямс, 2005.